الامتحان الأول

التفاضل والتكامل (باللغة الإنجليزية)

نموذج أسئلة

(النموذج «أ»)

تعليمات مهمة

- عدد أسئلة كراسة الامتحان (١٨) سؤالاً.
- عدد صفحات كراسة الامتحان (٢٨) صفحة.
- تأكد من ترقيم الأسئلة، ومن عدد صفحات كراسة الامتحان، فهي مسئوليتك.
- زمن الاختبار **(ساعتان)**.
- الدرجة الكلية للاختبار (٣٠) درجة.

عزيزي الطالب .. اقرأ هذه التعليمات بعناية :

١ اقرأ التعليمات جيدًا سواء في مقدمة كراسة الامتحان أو مقدمة الأسئلة، وفي ضوئها أجب عن الأسئلة.

٢ اقرأ السؤال بعناية، وفكر فيه جيداً قبل البدء في إجابته.

٣ **إن الأسئلة مترجمة للإيضاح ، والمطلوب الإجابة بلغة واحدة فقط عن كل سؤال.**

٤ استخدم القلم الجاف الأزرق للإجابة ، والقلم الرصاص في الرسومات، ولا تستخدم مزيل الكتابة.

عند إجابتك للأسئلة المقالية، أجب في المساحة المخصصة للإجابة، وفي حالة الحاجة لمساحة أخرى يمكن استكمال الإجابة في صفحات المسودة مع الإشارة إليها ، وإن إجابتك بأكثر من إجابة سوف يتم تقديرها.

مثال:

....

....

....

٥ عند إجابتك عن الأسئلة المقالية الاختيارية أجب عن **(A) أو (B) فقط.**

٦ **عند إجابتك عن أسئلة الاختيار من متعدد إن وجدت:**

ظلل الدائرة ذات الرمز الدال على الإجابة الصحيحة تظليلاً كاملاً لكل سؤال.

مثال: الإجابة الصحيحة (C) مثلاً

ⓐ ⓑ ● c ⓓ	**الإجابة الصحيحة مثلاً**

- في حالة ما إذا أجبت إجابة خطأ، ثم قمت بالشطب وأجبت إجابة صحيحة تحسب الإجابة صحيحة.
- وفي حالة ما إذا أجبت إجابة صحيحة ، ثم قمت بالشطب وأجبت إجابة خطأ تحسب الإجابة خطأ.

ملحوظة :

في حالة الأسئلة الموضوعية (الاختيار من متعدد) إذا تم التظليل على أكثر من رمز أو تم تكرار الإجابة ؛ تعتبر الإجابة خطأ.

٧ يسمح باستخدام الآلة الحاسبة.

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والنجاح

1 If $y = \sin^n x$,

then $\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

(a) $n \sin^{n-1} x$ (b) $n \sin x \cos x$

(c) $n\, y\, \cot x$ (d) $n\, y\, \cos x$

إذا كان ص = جا^ن^ س

فإن $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = ...

(أ) ن جا^ن-١^ س (ب) ن جاس جتاس

(جـ) ن ص ظتاس (د) ن ص جتاس

2 If $x = 5t + 3$, $y = 16t^2 + 9$, then the value of $\frac{dy}{dx}$ at $t = 5$ equals …………

(a) $\frac{32}{5}$ (b) 32

(c) $\frac{1}{32}$ (d) $\frac{5}{32}$

إذا كانت س = ٥ ن + ٣ ،
ص = ١٦ ن٢ + ٩
فإن قيمة $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ عند ن = ٥
تساوي ....

(أ) $\frac{٣٢}{٥}$ (ب) ٣٢

(جـ) $\frac{١}{٣٢}$ (د) $\frac{٥}{٣٢}$

3 Consider the linear function $y = ax + b$
If x changes at a constant rate :
i) Does y change at a constant rate? **Explain.**
ii) Does y change at the same rate as x ? **Explain.**
iii)When are the two rates equal?

إذا كانت ص = ٢ س + ب دالة خطية
، س تتغير بمعدل ثابت .
(i) هل ص تتغير بمعدل ثابت ؟ **فسر ذلك.**
(ii) هل ص تتغير بنفس معدل تغير س ؟ **فسر ذلك.**
(iii) متى يتساوى المعدلان ؟

4 If $x = \sec z$, $\sqrt{y} = \tan z$,

prove that : $\frac{d^2y}{dx^2} = 2$

إذا كانت س = قاع ،

$\sqrt{\text{ص}}$ = ظاع ،

أثبت: أن $\frac{\text{ء}^{٢}\text{ص}}{\text{ء س}^{٢}} = ٢$

5 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\lfloor n} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

(a) $\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x$

(b) $\int_1^e \frac{1}{x}\, dx$

(c) $\frac{d}{dx}(\ln x)$

(d) $e^{\ln x}$

$\sum_{ن=٠}^{\infty} \frac{١}{\lfloor ن} = \dots\dots\dots\dots$

(أ) نهـا (س←∞) $(١ + \frac{١}{س})^{س}$

(ب) $\int_{١}^{هـ} \frac{١}{س}$ ء س

(ج) $\frac{ء}{ءس}$ [لوهـ س]

(د) هـ^(لوهـ س)

6 If $y = e^{(x^2-2x)}$,

then $\frac{dy}{dx}$ =.................

ⓐ $e^{(x^2-2x)}$

ⓑ $(x-1)e^{(x^2-2x)}$

ⓒ $2(x-1)e^{(x^2-2x)}$

ⓓ $e^{(2x-2)}$

إذا كانت ص = هـ^(س^٢ – ٢ س)

فإن ءص/ءس = ...

(أ) هـ^(س^٢ – ٢ س)

(ب) (س – ١) هـ^(س^٢ – ٢ س)

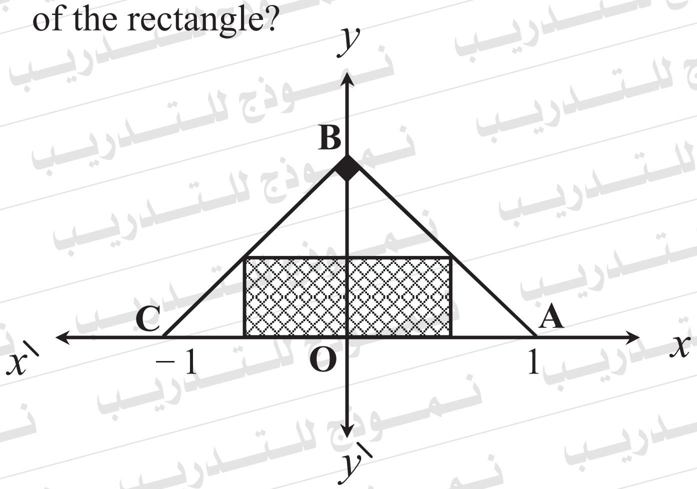
(جـ) ٢ (س – ١) هـ^(س^٢ – ٢ س)

(د) هـ^(٢ س – ٢)

7 Find the two equations of the tangent and the normal to the curve $y = x^3 - 18 \ln x$ at a point lying on it and its x-coordinate equals 2 .

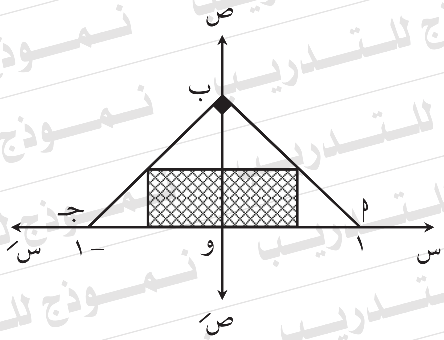
أوجد معادلتي المماس والعمودي للمنحنى ص = س٣ − ١٨ لوهـ س عند نقطة عليه ، إحداثيها السيني يساوي ٢

8 The figure shows a rectangle inscribed in an isosceles right triangle, in which **AC** = 2 length units. What is the largest area of the rectangle?



الشكل التالي يوضح مستطيلاً مرسوماً داخل مثلث قائم متساوي الساقين فيه أ جـ = ٢ وحدة طول.

ما هي أكبر مساحة للمستطيل ؟



9 $\int_1^2 \frac{2\ \ln x}{x}\ dx = \ldots\ldots\ldots\ldots$

ⓐ $\frac{1}{2}(\ln 2)^2$

ⓑ $2\ (\ln 2)^2$

ⓒ $(\ln 2)^2$

ⓓ $\ln 4$

$\int_{١}^{٢} \frac{٢\ \text{لوهـ}\ س}{س}$ ءس = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (لوهـ ٢)^٢

(ب) ٢ (لوهـ ٢)^٢

(ج) (لوهـ ٢)^٢

(د) لوهـ ٤

10 Let f be the function given by

$f(x) = 300\,x - x^3$,

then f is increasing in ....

(a) $]-\infty, 10[$ and $]10, \infty[$

(b) $]-10, 10[$

(c) $]0, 10[$ only

(d) $]0, \infty[$

إذا كانت د دالة حيث:

د (س) = ٣٠٠ س − س^٣

فإن الدالة تكون تزايدية في ....

(أ)]−∞ ، ١٠[،]١٠ ، ∞[

(ب)]−١٠ ، ١٠[

(جـ)]صفر ، ١٠[فقط

(د)]صفر ، ∞[

11 Let f be a differentiable function, defined for all real numbers x, with the following properties:

i) $f`(x) = ax^2 + bx$, where a and b are real numbers.

ii) $f`(1) = 6$ and $f``(1) = 18$

iii) $\int_1^2 f(x)\, dx = 18$,

find $f(x)$

إذا كانت د دالة قابلة للاشتقاق ومعرفة لجميع قيم س الحقيقية، ولها الخصائص الآتية:

(١) د َ(س) = أ س^٢ + ب س حيث أ ، ب أعداد حقيقية

(٢) د َ(١) = ٦ ، د ً(١) = ١٨ ،

(٣) $\int_{١}^{٢}$ د(س) ء س = ١٨

فأوجد: د(س)

(12) Find $\int_0^5 |x-3|\, dx$ **(write your steps)**

أوجد: $\int_{٠}^{٥}$ | س – ٣ | ء س

(اكتب خطوات الحل).

13 Let f be the function given by :

$f(x) = x^2 e^{kx}$, where k is constant.

If the function f has a critical point at $x = \frac{2}{3}$,

then $k =$ ....

(a) -3 (b) $-\frac{3}{2}$

(c) $-\frac{1}{3}$ (d) 0

إذا كانت د دالة حيث :

د (س) = س^٢ هـ^{كس} ، ك ثابت

، كان للدالة نقطة حرجة عند س = ٢/٣

فإن ك = ...

(أ) –٣ (ب) –٣/٢

(جـ) –١/٣ (د) صفر

14 Let f be the function defined by $f(x) = \frac{lnx}{x}$, then the absolute maximum value of f is ……………………

(a) 1

(b) $\frac{1}{e}$

(c) $-e$

(d) f does not have an absolute maximum value

إذا كانت د دالة حيث د (س) = $\frac{\text{لوهـ س}}{\text{س}}$ ، فإن القيمة العظمى المطلقة للدالة د هي ……..

(أ) ١

(ب) $\frac{١}{هـ}$

(جـ) – هـ

(د) د ليس لها قيمة عظمى مطلقة

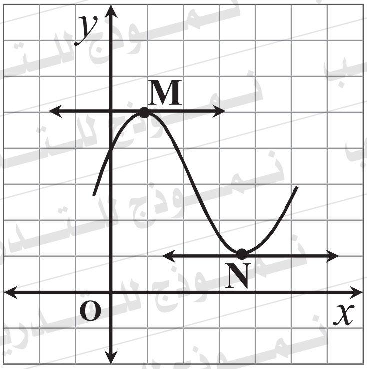
(15) Answer only one of the following two questions:

(A) The graph below is that of the function

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$,

where a, b, c and d are constants. Show that x-coordinates of the two marked points **M** and **N** are given by the formula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 3ac}}{3a}$$



(B) Find the absolute extrema values of the function f where:

$f(x) = 10\, x\, e^{-x}$, $x \in [o, 4]$

أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط:

(أ) الشكل التالي:

يمثل الدالة

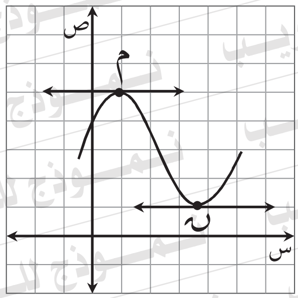
د (س) = م س^٣ + ب س^٢ + جـ س + ى

حيث م ، ب ، جـ ، ى ثوابت .

بيِّن: أن الأحداثي السيني للنقطتين م ، ن

يعطي بالعلاقة:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٣ م جـ}}{٣ م}$$



(ب) **أوجد:** القيم القصوى المطلقة للدالة د حيث

د (س) = ١٠ س هـ^{-س}

، س ∈ [٠ ، ٤]

16 The volume of the solid generated by revolving the region enclosed by the curve $y = 3x^2$ and the line $y = 6x$ a complete revolution about the x – axis is equal to : …

حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحصورة بين المنحنى ص = ٣ س^٢، المستقيم ص = ٦ س دورة كاملة حول محور السينات يساوي ....

ⓐ $\pi \int_0^3 (6x - 3x^2)^2 \, dx$

ⓑ $\pi \int_0^2 (6x - 3x^2)^2 \, dx$

ⓒ $\pi \int_0^2 (9x^4 - 36x^2) \, dx$

ⓓ $\pi \int_0^2 (36x^2 - 9x^4) \, dx$

(أ) π ∫ من ٠ إلى ٣ (٦ س – ٣ س^٢)^٢ ءس

(ب) π ∫ من ٠ إلى ٢ (٦ س – ٣ س^٢)^٢ ءس

(جـ) π ∫ من ٠ إلى ٢ (٩ س^٤ – ٣٦ س^٢) ءس

(د) π ∫ من ٠ إلى ٢ (٣٦ س^٢ – ٩ س^٤) ءس

17 The area of the region bounded by the two curves $y = x^2$ and $y = |x|$ equals ……….

(a) $2\int_{-1}^{0}(x^2 - x)\ dx$

(b) $\int_{0}^{1}(x - x^2)\ dx$

(c) $2\int_{0}^{1}(x - x^2)\ dx$

(d) $\int_{-1}^{1}(x - x^2)\ dx$

مساحة المنطقة المحدودة بين المنحنيين ص = س^٢ ، ص = | س | تساوي ……………………

(أ) ٢ $\int_{١-}$ (س^٢ – س) ؤس

(ب) $\int_{٠}^{١}$ (س – س^٢) ؤس

(جـ) ٢ $\int_{٠}^{١}$ (س – س^٢) ؤس

(د) $\int_{١-}^{١}$ (س – س^٢) ؤس

(18) **Answer only one of the following two questions:**

(A) Use integration by parts to find:

$\int x^3 \ lnx \ dx$

(B) Find $\int 3x\sqrt{1+x^2}\,dx$

أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط:

(أ) استخدم التكامل بالتجزئ لإيجاد

$\int$ س^{٣} لوهـ س ء س

(ب) **أوجد:** $\int$ ٣ س $\sqrt{١ + س^{٢}}$ ء س